

四川省 2024 年普通高等学校高职教育单独招生

文化考试(中职类)

注意事项:

1. 文化考试时间 150 分钟, 满分 300 分(语文、数学、英语各 100 分)。
2. 文化考试包括语文, 数学, 英语三个部分, 每部分分为第 I 卷和第 II 卷。第 I 卷为选择题, 第 II 卷为非选择题。
3. 选择题部分, 考生必须使用 2B 铅笔, 在答题卡上填涂, 答在试卷、草稿纸上无效。
4. 非选择题部分, 考生必须使用蓝色或黑色字迹的钢笔或签字笔, 在指定位置作答, 答在指定位置以外的地方无效。

数 学

第 I 卷(共 50 分)

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分, 在每小题列出的四个各选项中, 只有一个是符合题要求的, 请将其选出, 错选、多选或未选均无分。

1. 已知集合 $M = \{-4, -2, 2, 4\}$, N 为所有的自然数, 则 $M \cap N = \{2, 4\}$

2. 函数 $y = \frac{1}{x+2}$ 的定义域 $\{x | x \neq -2\} / (-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$

【解析】要使 $y = \frac{1}{x+2}$ 有意义, 则 $x+2 \neq 0$.

3. 不等式 $(x-1)(x+3) \leq 0$ 的解集 $\{x | -3 \leq x \leq 1\} / [-3, 1]$

【解析】大于取两边, 小于取中间.

4. 已知 $\vec{a} = (-1, -2)$, $\vec{b} = (2, 4)$, 则 $\vec{a} + \vec{b} = (1, 2)$

5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_2 + a_4 = 14$, 则 $a_6 = 16$

【解析】 $a_2 + a_4 = a_1 + d + a_1 + 3d = 14$, 解得 $d = 3$, $a_6 = a_1 + 5d = 16$.

6. 角 α 的终边经过 $(\sqrt{7}, 3)$, 则 $\sin \alpha = \frac{3}{4}$

【解析】 $r = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + 3^2} = 4$, $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{3}{4}$

7. 已知 $a = 3^{\frac{4}{5}}$, $b = 27^{\frac{2}{5}}$, $c = 9^{\frac{1}{5}}$, 则 $b > a > c$

【解析】 $b = 27^{\frac{2}{5}} = (3^3)^{\frac{2}{5}} = 3^{\frac{6}{5}}$, $c = 9^{\frac{1}{5}} = (3^2)^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{2}{5}}$

8. “ $a > 0, b > 0$ ” 是 “ $a + b > 0$ ” 的充分不必要条件

9. 椭圆 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 的离心率为 $\frac{2}{3}$

【解析】因为 $a^2 = 36, b^2 = 20$, 所以 $c^2 = a^2 - b^2 = 16$. $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$

第 II 卷 (共 50 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 请在每小空的空格中填上正确答案, 错填、不填均无分.

11. 若 $\log_3(a+1) = 0$, 则 $a =$

【解析】由 $\log_3(a+1) = 0$ 可知, $\log_3(a+1) = \log_3 1$, 所以 $a+1 = 1$, 得 $a = 0$.

12. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 8$, $a_5 = 1$, 求 $S_5 =$

【解析】由等比数列可知, $\frac{a_5}{a_3} = q^2 = \frac{1}{8}$, 得 $q = \frac{1}{2}, a_1 = 16$, 又因为

$$S_5 = \frac{16 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^5 \right]}{1 - \frac{1}{2}} = 31.$$

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c . 已知 $A = \frac{\pi}{6}$, $c = \frac{a}{4}$, 求 $\sin C =$

【解析】由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$, 所以 $\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{a}{4}}{\sin C}$, 得 $\sin C = \frac{1}{8}$.

三、解答题: 本大题共 3 小题, 第 14 小题 12 分, 第 15、16 小题各 13 分, 共 38 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

14. 某超市举办抽奖活动, 抽奖箱内有红球 2 个, 黄球 4 个, 白球 14 个, 这些球, 除颜色外, 无其他不同. 每次只能抽取一个. 红球、黄球、白球的对应代金券分别为 50 元, 30 元, 20 元.

(1) 求抽到红球的概率;

(2) 随机变量 ξ 为抽到代金券的金额, 求随机变量 ξ 的均值.

【解析】(1) 因为抽奖箱内有 $2+4+14=20$ 个球, 红球 2 个, 所以抽到红球的概率为 $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

(2) 由题可知, 随机变量 ξ 可取的值有 50, 30, 20

$$P(\xi=50) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} \quad P(\xi=30) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \quad P(\xi=20) = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

随机变量 ξ 的分布列如下:

ξ	50	30	20
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{10}$

$$E(\xi) = 50 \times \frac{1}{10} + 30 \times \frac{1}{5} + 20 \times \frac{7}{10} = 25$$

所以, 随机变量 ξ 的均值为 25 元.

15. 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC ,

$AB=BC=AC=1$, $AA_1=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 E 为 BC 的中点.

(1) 求证: $A_1E \perp BC$;

(2) 求直线 A_1E 与平面 ABC 所成角的大小.

【解析】(1) 方法一: 连接 A_1B, A_1C

因为在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=BC=AC$,

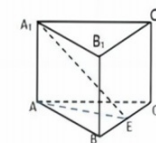
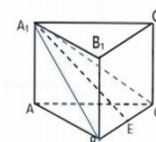
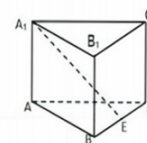
$AA_1=CC_1$, 所以 $A_1B=A_1C$, 即 $\triangle A_1BC$ 是等腰三角形

又因为点 E 为 BC 的中点, 所以 $A_1E \perp BC$.

方法二:

连接 AE ,

因为 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , $BC \subseteq$ 平面 ABC , 所以 $AA_1 \perp BC$



在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=AC$, 点 E 为 BC 的中点, 所以
 $AE \perp BC$

又因为 $AE \cap AA_1 = A$, 所以 $BC \perp$ 平面 A_1AE

又因为 $A_1E \subseteq$ 平面 A_1AE , 所以 $A_1E \perp BC$.

(2) 连接 AE ,

因为 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , 所以 $\angle A_1EA$ 是直线 A_1E 与平面 ABC 所成的角.

在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=AC=1$, 所以 $AE = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

在 $Rt\triangle A_1AE$ 中, $A_1A = AE = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $\angle A_1EA = \frac{\pi}{4}$.

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$. 点 $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, 抛物线 C 的焦点 F 到原

点的距离为 $\frac{\sqrt{2}|AB|}{8}$

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 抛物线上一点 M , 当 $\triangle ABM$ 有最小值时, 求点 M 的坐标.

【解析】(1) 因为 $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, 所以 $|AB| = \sqrt{2}$.

又因为抛物线 C 的焦点 F 到原点的距离为 $\frac{\sqrt{2}|AB|}{8}$, 所以 $\frac{p}{2} = \frac{\sqrt{2}|AB|}{8} = \frac{1}{4}$

所以抛物线 C 的方程 $y^2 = x$.

(3) 设 $M(y_0^2, y_0)$

因为 $\triangle ABM$ 以 AB 为底, 点 M 到直线 AB 的距离为高

因为 $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, 所以直线 AB 的方程为 $x - y + 1 = 0$

所以 $h = \frac{|y_0^2 - y_0 + 1|}{\sqrt{2}}$

又因为 $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2}|AB|h = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{|y_0^2 - y_0 + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{(y_0 - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}{2}$

所以, 当 $\triangle ABM$ 面积有最小值时, $y_0 = \frac{1}{2}$. 所以, 点 M 的坐标为 $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$.